

11.5. Точечный источник света помещен на расстоянии $a = 16$ см от собирающей линзы на ее главной оптической оси. Фокусное расстояние линзы равно $F = 8$ см. Между источником и линзой перпендикулярно главной оптической оси вставлены 2 стеклянные плоскопараллельные пластины толщиной $d = 4$ см и показателем преломления $n = 2$ каждая. На какое расстояние сместится изображение источника, если одну из пластин перенести в фокусную плоскость с другой стороны линзы? Указание: используйте параксиальное приближение о малости углов.

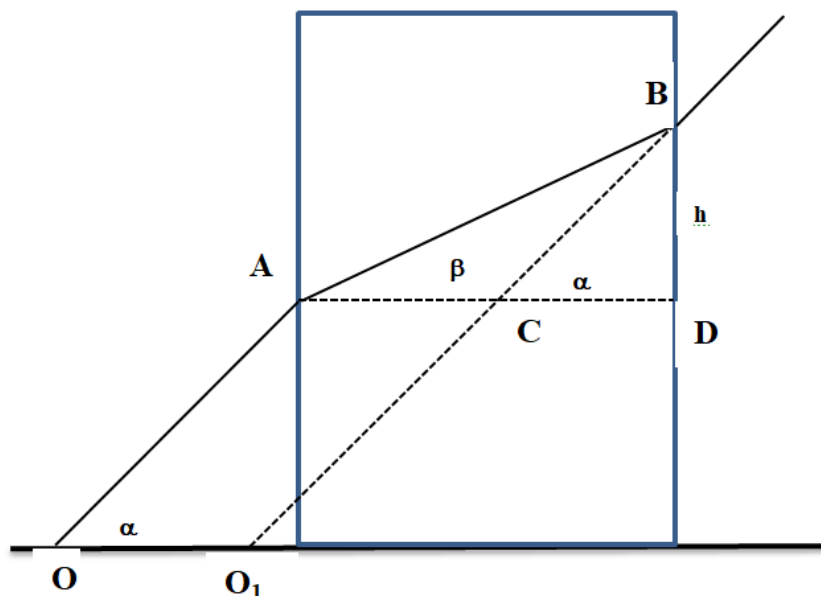
Решение.

Запишем формулу тонкой линзы для случая, когда нет пластин:

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{F}. \quad (1)$$

$$b_0 = \frac{a_0 F}{a_0 - F} = \frac{16 \text{ см} \cdot 8 \text{ см}}{8 \text{ см}} = 16 \text{ см}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь качественно прохождение через плоско-параллельную пластину луча света, выпущенного источником под углом α к главной оптической оси линзы (см. рисунок).



В точке А луч преломляется и идет под углом β к оси до точки В, в которой снова преломляется на границе с воздухом и идет дальше под углом α . Продолжение этого луча в обратную сторону дает пересечение в точке O_1 . Таким образом, вставка плоско-параллельной пластины равносильно смещению вправо источника света из точки О в точку O_1 (или смещению вправо изображения, если пластина с другой стороны линзы).

Найдем угол β из закона Снеллиуса:

$$\sin \alpha = n \sin \beta. \quad (3)$$

В параксиальном приближении (для малых углов):

$$\alpha = n \cdot \beta. \quad (4)$$

Рассмотрим прямоугольные треугольники ABD и CBD. Пусть $AC = x$, $BD = h$, $AD = d$ (толщине пластины). Тогда:

$$h = d \cdot \tan \beta \approx d \cdot \beta; \quad (5)$$

$$h = (d - x) \cdot \tan \alpha \approx (d - x) \cdot \alpha; \quad (6)$$

Приравниваем:

$$d \cdot \beta = (d - x) \cdot \alpha; \quad (7)$$

Воспользуемся выражением (4):

$$d = (d - x) \cdot n \quad (8)$$

$$\text{Отсюда } x = d \frac{n-1}{n} = d \frac{2-1}{2} = \frac{d}{2}. \quad (9)$$

Таким образом, пластина толщиной d приводит к эффективному смещению источника (или изображения) вправо на расстояние $d/2$.

Для первого случая:

$$a_1 = a_0 - 2 \cdot \frac{d}{2} = 12 \text{ см.} \quad (10)$$

$$b_1 = \frac{a_1 F}{a_1 - F} = \frac{12 \text{ см} \cdot 8 \text{ см}}{4 \text{ см}} \approx 24 \text{ см.} \quad (11)$$

Для второго случая:

$$a_2 = a_0 - \frac{d}{2} = 14 \text{ см.} \quad (12)$$

$$b_2 = \frac{a_2 F}{a_2 - F} + \frac{d}{2} = \frac{14 \text{ см} \cdot 8 \text{ см}}{6 \text{ см}} + 2 \text{ см} \approx 20,7 \text{ см} \quad (13)$$

Изображение сместится влево на $b_1 - b_2 \approx 3,3 \text{ см}$.

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Записана формула тонкой линзы (1)	1
2	Найдено расстояние до изображения – формула (2), (10), (11)	1
3	Построен или качественно описан ход луча в плоско-параллельной пластине	1
4	Записан закон Снеллиуса	1
5	Найдено эквивалентное смещение источника (или изображения) x в параксиальном приближении – формула (9)	1
6	Найдено эффективное расстояние до источника a_1 в первом случае – формула (10)	1
7	Найдено расстояние b_1 до изображения во первом случае – формула (11)	1
8	Найдено эффективное расстояние до источника a_2 во втором случае – формула (12)	1
9	Найдено расстояние b_2 до изображения во втором случае – формула (13)	1
10	Найдено смещение изображения – влево на 3,3 см	1
	Сумма	10